

К ПОСТРОЕНИЮ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ МАТРИЧНОГО УРАВНЕНИЯ ЛЯПУНОВА С ПАРАМЕТРОМ

С.В. Подолян

Могилевский государственный университет продовольствия, Могилев, Беларусь
mti@mogilev.by

Рассматривается задача о периодических решениях с периодом ω уравнения

$$\frac{dX}{dt} = \lambda^2 A(t)X + \lambda XB(t) + F(t), \quad X \in \mathbb{R}^{n \times m}, \quad (1)$$

где $A(t), B(t), F(t)$ — действительные непрерывные ω -периодические матрицы подходящих размеров, $\lambda \in \mathbb{R}$.

В настоящей работе, являющейся продолжением [1] и развитием [2, 3], на основе применения метода [4, гл. II] получены коэффициентные достаточные условия существования и единственности ω -периодического решения уравнения (1), а также дан алгоритм его построения.

Примем следующие обозначения:

$$\tilde{B}(\omega) = \int_0^\omega B(\tau) d\tau, \quad \gamma = \|\tilde{B}^{-1}(\omega)\|, \quad \varepsilon = |\lambda|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|, \quad \beta = \max_t \|B(t)\|,$$

$$h = \max_t \|F(t)\|, \quad q_1 = \frac{1}{2}\gamma\beta^2\omega^2 + \gamma\alpha\omega, \quad q_2 = \frac{1}{2}\gamma\alpha\beta\omega^2, \quad q(\varepsilon) = q_1\varepsilon + q_2\varepsilon^2,$$

$$H(\varepsilon) = \frac{1}{2\varepsilon}\gamma\omega h(\beta\omega\varepsilon + 2),$$

где $t \in [0, \omega]$.

Теорема. Пусть выполнены условия: $\det \tilde{B}(\omega) \neq 0$, $0 < q(\varepsilon) < 1$. Тогда уравнение (1) имеет единственное ω -периодическое решение $X = X(t, \lambda)$; это решение представимо в виде ряда

$$X(t, \lambda) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda^{k-1} X_{k-1}(t),$$

сходящегося равномерно по $t \in \mathbb{R}$.

Здесь матрицы $X_{k-1}(t)$ определены рекуррентным интегральным соотношением типа [4, гл. II], при этом справедлива оценка

$$\|X(t, \lambda)\| \leq \frac{H(\varepsilon)}{1 - q(\varepsilon)}.$$

Литература

1. Подолян С.В. О построении периодических решений матричного уравнения Ляпунова с параметром // XVI Междунар. науч. конф. по дифференц. уравнениям (Еругинские чтения–2014): тез. докл. междунар. науч. конф., Новополюцк, 20–22 мая 2014 г. Ч. 1. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 71–72.
2. Лаптинский В.Н., Лапковский В.К., Подолян С.В. Конструктивный анализ периодических решений матричного дифференциального уравнения типа Ляпунова. Могилев: МГУП, 2004 (Препринт / ИПО НАН Беларуси; № 17). 35 с.
3. Лаптинский В.Н., Лапковский В.К., Подолян С.В. О периодических решениях линейного матричного уравнения Ляпунова с параметром // Весн. Магілёўскага дзярж. ун-та імя А.А. Куляшова. Сер. В. 2012. № 2 (40). С. 4–11.
4. Лаптинский В.Н. Конструктивный анализ управляемых колебательных систем. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.